

吕分布时间尺度分析及实现方法研究

张 亮^{1,2}, 于洪波¹, 张翔宇^{3,4}, 王国宏¹, 景 洲²

(1. 海军航空大学信息融合研究所, 山东烟台 264001; 2. 中国人民解放军 94326 部队, 山东济南 250000;
3. 海军航空大学航空电子与指挥系, 山东青岛 266041; 4. 中北大学信息与通信工程学院, 山西太原 030023)

摘 要: 吕分布(LV's Distribution, LVD)是一种中心频率-调频斜率域信号分析工具,核心思想是对信号瞬时自相关函数进行时间尺度(Time-Scaling, TS),去除时间变量与延时变量的耦合关系. 本文从 TS 的角度对 LVD 进行了解释,在此基础上,分析了现有基于尺度傅里叶变换的 TS 实现方法,指出该方法存在频率混叠和频点丢失问题,并进行了修正,同时基于尺度变换和线性正则变换,进一步提出 2 种 TS 实现方法并将其应用于 LVD. 试验表明,相比现有 LVD 实现方法,所提 3 种实现方法在计算复杂度、抗噪效能、检测非线性调频信号方面具备各自优势.

关键词: 吕分布; 时间尺度; 实现方法; 尺度傅里叶变换; 尺度变换; 线性正则变换

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2022)11-2790-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210816

LV's Distribution Time-Scaling Analysis and the Research on Implementation Methods

ZHANG Liang^{1,2}, YU Hong-bo¹, ZHANG Xiang-yu^{3,4}, WANG Guo-hong¹, JING Zhou²

(1. Institute of Information Fusion, Naval Aviation University, Yantai, Shandong 264001, China;

2. Unit 94326 of PLA, Jinan, Shandong 250000, China;

3. Department of Avionics Engineering and Command, Naval Aviation University, Qingdao, Shandong 266041, China;

4. College of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030023, China)

Abstract: LV's distribution(LVD) is a signal analysis tool in centroid frequency-chirp rate(CFCR) domain. The core idea of LVD is to remove the coupling relationship between time variables and delay variables, by performing time-scaling (TS) on signal instantaneous autocorrelation function. In this paper, LVD is reinterpreted from the perspective of TS. On this basis, the existing TS implementation method based on scaled Fourier transform(SFT) is analyzed and modified, owing to the problems of spectrum loss and frequency aliasing. At the same time, two TS implementation methods based on scale transform(ST) and linear canonical transform(LCT) are proposed and applied to LVD. Experimental results show that the proposed methods have their own advantages in computational complexity, anti-noise performance, and nonlinear frequency modulation signal detection, compared with the existing LVD implementation method.

Key words: LVD; TS; implementation methods; SFT; ST; LCT

1 引言

频率调制信号是一类常见的信号形式,通常可分为线性调频^[1](Linear Frequency Modulation, LFM)信号和非线性调频^[2](Nonlinear Frequency Modulation, NLFM)信号,前者在雷达、声纳、通信、电子战等领域应用广泛,后者主要存在于自然界,如雷达机动目标多普勒效应、鸟类的叫声、哺乳动物回声定位、人类脑电信

号及物理学上的引力波等. LFM 信号检测是学术界高度关注的课题,对于参数已知的 LFM 信号,匹配滤波是最优的检测方法,当 LFM 参数未知时,通常需要进行变换域分析,常用变换域包括分数阶傅里叶域、时频域、中心频率-调频斜率(Centroid Frequency-Chirp Rate, CFCR)域等. 吕分布(LV's Distribution, LVD)是一种经典的 CFCR 域分析工具^[3,4],对 LFM 信号的检测效能

收稿日期:2021-06-30;修回日期:2021-10-21;责任编辑:覃怀银

基金项目:国家自然科学基金(No.61731023);山东省自然科学基金(No.ZR2020QF071, No.ZR2020MF015);博士后科学基金(No.2021M693003);泰山学者攀登计划专项经费

与匹配滤波相当,且参数估计精度优于魏格纳-霍夫变换(Wigner-Hough Transform, WHT)、拉东-模糊函数变换(Radon-Ambiguity Transform, RAT),目前LVD已应用于机动目标检测^[5]、雷达图像处理^[6]、通信系统干扰抑制^[7]等领域.当前针对LVD工具本身的研究主要集中在样式拓展,其中,文献[8,9]通过改变信号对称参数瞬时自相关函数(Parametric Symmetric Instantaneous Autocorrelation Function, PSIAF)表示式,分别得到分数低阶LVD和高阶LVD;文献[10~13]分别以Chirp-Z变换(Chirp-Z Transform, CZT)、余弦变换、周期傅里叶变换、稀疏傅里叶变换取代LVD中的傅里叶变换,得到精细估计LVD、余弦LVD、周期LVD和稀疏LVD,另外还有逆LVD、短时LVD、二维LVD等^[14].LVD实现过程包含3步:第1步计算信号PSIAF,第2步去除PSIAF中时间变量与延时变量的耦合关系,第3步计算去耦后PSIAF二维傅里叶变换.值得注意的是,LVD参数估计效能优于WHT、RAT的关键在于通过提升自项以相对抑制交叉项,该特点具体是通过步骤2实现的,而文献[8~14]对LVD的研究主要针对步骤1和步骤3,未触及核心环节.LVD步骤2去耦过程属时间尺度(Time-Scaling, TS)概念,现有实现方法是基于尺度傅里叶变换^[15](Scaled Fourier Transform, SFT),具体为“SFT+IFFT”,IFFT为快速傅里叶逆变换(Inverse Fast Fourier Transform, IFFT).实际上,TS实现方法并不唯一,不同实现方法对LVD计算复杂度、抗噪性能及信号检测存在一定影响,因此针对TS实现方法的多样性研究及在LVD中的应用效能分析是亟待解决的关键问题.

本文针对LVD步骤2,分析了已有基于SFT的TS实现方法,指出其存在的频率混叠和频点丢失问题并进行了修正,同时利用尺度变换(Scale Transform, ST)尺度不变性和线性正则变换(Linear Canonical Transform, LCT)时频拉伸特性,进一步提出2种TS实现方法,并应用于LVD.

2 吕分布基本原理

设连续多分量LFM信号 $x(t)$ 包含 K 个分量,复数形式为

$$x(t) = \sum_{i=0}^{K-1} x_i(t) = \sum_{i=0}^{K-1} A_i e^{i2\pi f_i t} e^{i\pi \rho_i t^2} \quad (1)$$

式中: t 为时间变量, A_i, f_i, ρ_i 分别为第 i 个分量 $x_i(t)$ 的幅度、中心频率和调频斜率.为得到信号 $x(t)$ 的LVD,首先计算PSIAF:

$$R_x^C(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau+a}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau+a}{2}\right) \quad (2)$$

$$= \sum_{i=0}^{K-1} R_{x_i}^C(t, \tau) + \sum_{i=0}^{K-2} \sum_{j=i+1}^{K-1} \left[R_{x_i x_j}^C(t, \tau) + R_{x_j x_i}^C(t, \tau) \right]$$

式中: $*$ 为共轭符号, $R_{x_i}^C, R_{x_i x_j}^C$ 分别为自项和交叉项, τ 为延时变量, a 为与 τ 有关的常量.式(1)带入式(2),得到自项表示式为

$$R_{x_i}^C(t, \tau) = A_i^2 e^{i2\pi f_i(\tau+a)} e^{i2\pi \rho_i(\tau+a)t} \quad (3)$$

时间变量 t 与延时变量 τ 耦合,构造虚拟时间 $t_n = (\tau+a)ht, h$ 为常量,带入式(2)得到:

$$R_x^C(t_n, \tau) = \sum_{i=0}^{K-2} \sum_{j=i+1}^{K-1} \left[R_{x_i x_j}^C(t_n, \tau) + R_{x_j x_i}^C(t_n, \tau) \right] + \sum_{i=0}^{K-1} R_{x_i}^C(t_n, \tau)$$

$$= \sum_{i=0}^{K-1} A_i^2 e^{i2\pi f_i(\tau+a)} e^{i2\pi(\rho_i/h)t_n}$$

$$+ \sum_{i=0}^{K-2} \sum_{j=i+1}^{K-1} \left[R_{x_i x_j}^C(t_n, \tau) + R_{x_j x_i}^C(t_n, \tau) \right] \quad (4)$$

式中: $R_x^C(t_n, \tau), R_{x_i}^C(t_n, \tau)$ 分别为去耦后的PSIAF和第 i 个LFM分量的自项.自项中时间变量与延时变量去耦合,计算式(4)二维傅里叶变换可得信号 $x(t)$ 的LVD:

$$L_x(f_1, f_2) = F_{2D} \left[R_x^C(t_n, \tau) \right] \quad (5)$$

式中: f_1, f_2 为二维频率, $F_{2D}[\cdot]$ 为二维傅里叶变换表示符号.文献[4]对LVD进行了全面的介绍与分析,得出LVD具备渐进线性性质,因此式(5)可近似表示为

$$L_x(f_1, f_2) \approx \sum_{i=0}^{K-1} e^{i2\pi f_i a} A_i^2 \delta(f_1 - f_i) \delta(f_2 - \rho_i/h) \quad (6)$$

多分量LFM信号LVD近似由 K 个二维冲击函数组成,每个冲击函数对应1个分量,峰值搜索可得各分量中心频率和调频斜率.

3 吕分布时间尺度分析

上节介绍了LVD基本原理,在此引出一个疑问,即式(6)中 f_2 对应频率, ρ_i 为调频斜率, h 为常量,最优取^{1[4]},很明显 f_2 与 ρ_i/h 量纲不一致,例如设 $x(t)$ 为单分量LFM信号,脉宽 $100 \mu s$,带宽 $8 MHz$,采样频率 $20 MHz$,调频斜率可达 $80 GHz/s$,数值远大于采样频率,本节结合时间尺度(TS)概念对该问题进行阐述.所谓TS即连续信号 $x(t)$ 到 $y(t)$ 的映射过程^[16],可表示为

$$y(t) = TS_a[x(t)] = \sqrt{a} x(at) \quad (7)$$

式(7)中, $TS_a[\cdot]$ 为时间尺度表示符号, $a \in \mathbf{R}^+$ 为尺度因子,无量纲, \sqrt{a} 用于确保TS前后信号能量相同.当 $a=1$ 时,TS后信号不变, $0 < a < 1$ 时,信号扩张, $a > 1$ 时信号收缩.根据傅里叶变换尺度特性,易知:

$$Y(f) = X(fa) / \sqrt{a} \quad (8)$$

式(8)中, $X(f), Y(f)$ 分别为 $x(t), y(t)$ 的傅里叶变换.可以看出,对信号进行TS还会导致频谱收缩($0 < a < 1$)或扩张($a > 1$).将式(4)与式(7)对比可知,LVD去耦合

过程与TS定义相似,“尺度因子”为 $1/h/(\tau+a)$,有量纲.为得到无量纲的尺度因子,令 $a=0$,带入式(2)可得:

$$R_x^C(t, \tau) = \sum_{i=0}^{K-1} A_i^2 e^{i2\pi f_i \tau} e^{i2\pi \rho_i t \tau} + \sum_{i=0}^{K-2} \sum_{j=i+1}^{K-1} [R_{x_i x_j}^C(t, \tau) + R_{x_j x_i}^C(t, \tau)] \quad (9)$$

设尺度因子 $\alpha = T/r/\tau$, T 为信号时宽, r 为比例系数,常量,此时 α 无量纲,对式(9)沿着时间变量进行TS,得到:

$$\widehat{R}_x^C(t, \tau) = \text{TS}_\alpha [R_x^C(t, \tau)] = \sum_{i=0}^{K-1} A_i^2 e^{i2\pi f_i \tau} e^{i2\pi (\rho_i T/r) t} + \sum_{i=0}^{K-2} \sum_{j=i+1}^{K-1} [R_{x_i x_j}^C(t, \tau) + R_{x_j x_i}^C(t, \tau)] \quad (10)$$

式中: $\widehat{R}_x^C(t, \tau)$ 为TS后PSIAF. 计算上式二维傅里变换,得到:

$$L_x(f_1, f_2) \approx \sum_{i=0}^{K-1} A_i^2 \delta(f_1 - f_i) \delta(f_2 - \rho_i T/r) \quad (11)$$

峰值搜索同样可得各分量中心频率和调制斜率.不同于式(6),式(11)中的 f_2 与 $\rho_i T/r$ 均为频率,量纲一致,设单分量LFM信号脉宽 $100 \mu\text{s}$,带宽 8 MHz ,采样频率 20 MHz , r 为2,易知 $\rho_i T/r$ 为 4 MHz ,小于采样频率.式(10)涉及 r 取值,为满足采样定理,要求 $-f_s/2 \leq \rho_i T/r \leq f_s/2$, f_s 为采样频率,进一步得到 $|r| \geq 2\rho_i T/f_s$,由于 $\rho_i T \leq f_s$,取 $|r| \geq 2$ 即可.

4 时间尺度实现方法

为得到TS后信号,最直接方法是对原始信号插值抽取,例如尺度因子为0.5,信号长度增加1倍,可通过2倍插值实现,但是当尺度因子为0.51时,需要进行100倍的插值,再进行51倍的抽取,该方法显然不可接受.

4.1 基于尺度傅里叶变换的实现方法

目前LVD唯一的去耦合方法^[4]是基于尺度傅里叶变换(SFT),具体为“SFT+IFFT”,本文称其为TS-SFT.连续信号 $x(t)$ 的SFT表示式^[4]为

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi \frac{1}{\alpha} f t} dt \quad (12)$$

令 $t' = t/\alpha$,式(12)可进一步表示为

$$X(f) = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} x(at') e^{-i2\pi f t'} dt' \quad (13)$$

求傅里叶逆变换得到

$$\widehat{x}(t) = \alpha x(at) \quad (14)$$

式(14)中: $\widehat{x}(t)$ 为 $x(t)$ 经“SFT+IFFT”处理后的信号.根据上式可得 $x(t)$ 的时间尺度 $y(t)$ 为

$$y(t) = \text{TS}_\alpha^{\text{SFT}} [x(t)] = \widehat{x}(t) / \sqrt{\alpha} \quad (15)$$

式(15)中: $\text{TS}_\alpha^{\text{SFT}}[\cdot]$ 为基于尺度傅里叶变换的TS表示符

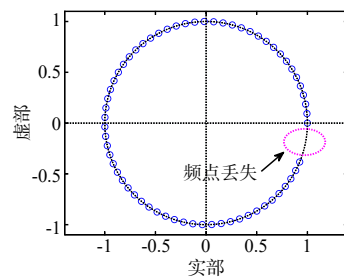
号. SFT通常利用CZT实现^[17], CZT是一种定义于离散数据的特殊Z变换,设离散序列 $x(n)$ 长度为 N , $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$,其CZT为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) (AW^{-k})^{-n} \quad (16)$$

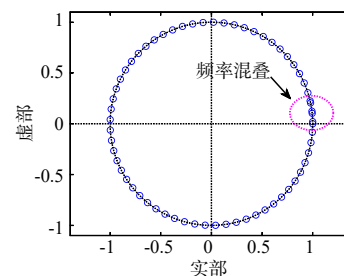
式中: $k=0, 1, 2, \dots, K-1$, K 为Z平面频谱采样点数, A 为起始抽样点, W 为一个与伸展率和抽样点角度差有关的复标量. “SFT+IFFT”方法要求设置 $K=N$, $A=1$, $W = \exp(-i2\pi/\alpha/N)$, 即

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i(\frac{2\pi}{N\alpha})nk} \quad (17)$$

式(17)可理解为以0为起始抽样点,沿单位圆间隔 $2\pi/\alpha/N$ 进行 N 点采样,采样区间为 $0 \sim 2\pi/\alpha$,当 $\alpha > 1$ 时,采样区间位于单位圆内, $\alpha < 1$ 时采样区间超过单位圆. 设 $N=64$,图1给出了尺度因子分别为1.05、0.95时的Z平面频点分布图.很明显,当尺度因子大于1时,应确保原始信号频谱不能位于图1(a)椭圆处,否则会导致频点丢失,如果信号频谱未知,该问题无法避免;当尺度因子取值小于1时出现了频率混叠,为避免混叠应减少频率采样点数,取 $K = \text{fix}(\alpha N)$, $\text{fix}(\cdot)$ 表示向零取整,然后在 $X(k)$ 后补零,补零长度为 $N-K$,再计算IFFT,该方法即为本文提出修正的TS-SFT方法,将其命名为TS-MSFT.



(a) 尺度因子为1.05



(b) 尺度因子为0.95

图1 Z平面频点分布图

4.2 基于梅林尺度变换的实现方法

LVD去耦合问题属时间尺度概念,难点在于TS实现方法. 科恩认为,“尺度(scale)是一种像频率一样的

物理属性”^[16], 而链接时间与尺度的纽带为尺度变换 (ST). ST 是梅林变换自变量实部取 0.5 时的特例, 表示式为

$$S\{f(t); \varsigma\} = D_f(\varsigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f(t) t^{-i\varsigma-0.5} dt \quad (18)$$

式(18)中, $S\{\cdot\}$ 为 ST 表示符号, $D_f(\varsigma)$ 为信号 $f(t)$ 的 ST, ς 为尺度, 与式(7)中的尺度因子不同. 逆尺度变换 (Inverse Scale Transform, IST) 为

$$S^{-1}\{D_f(\varsigma); t\} = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} D_f(\varsigma) t^{i\varsigma-0.5} d\varsigma \quad (19)$$

式(19)中, $S^{-1}\{\cdot\}$ 为 IST 表示符号. ST 具备尺度不变性, 设信号 $y(t) = TS_{\alpha}[x(t)]$, 则

$$D_y(\varsigma) = e^{i\varsigma \ln \alpha} D_x(\varsigma) \quad (20)$$

式(20)中, $D_x(\varsigma)$ 、 $D_y(\varsigma)$ 分别为 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的 ST, 两者包络相同、相位不同. 计算式(20)的 IST, 得到

$$y(t) = TS_{\alpha}^{ST}[x(t)] = S^{-1}\{e^{i\varsigma \ln \alpha} D_x(\varsigma); t\} \quad (21)$$

式(21)中, $TS_{\alpha}^{ST}[\cdot]$ 为基于 ST 的 TS 表示符号. 上式即为基于 ST 的 TS 实现方法基本原理, 将其命名为 TS-ST. 式(21)涉及 ST、IST 快速计算问题, 即快速尺度变换 (Fast Scale Transform, FST) 与快速逆尺度变换 (Inverse Fast Scale Transform, IFST), 相关内容见文献[18], 不做详述.

4.3 基于线性正则变换的实现方法

对连续信号进行 TS, 会导致信号时频平面拉伸或者收缩, 线性正则变换^[19](LCT)可实现该操作. LCT 是分数阶傅里叶变换 (FRactional Fourier Transform, FRFT) 广义形式, 频率意义下连续信号 $x(t)$ 的 LCT 定义为

$$L_x^A(u) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_A(u, t) dt, & b \neq 0 \\ e^{i\pi c d u^2} \sqrt{d} f(du), & b = 0 \end{cases} \quad (22)$$

式(22)中, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 为参数矩阵, $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 约束 $ad - bc = 1$, $K_A(u, t)$ 为核函数, 即

$$K_A(u, t) = (1/\sqrt{ib}) e^{i\pi \frac{a}{b} t^2} e^{-i2\pi \frac{u}{b} t} e^{i\pi \frac{d}{b} u^2} \quad (23)$$

$x(t)$ 的魏格纳分布 (Wigner-Vill Distribution, WVD) 与 $L_x^A(u)$ 的 WVD 满足下式

$$WVD_{L_x^A(u)}(u, v) = WVD_{x(t)}(du - bv, -cu + av) \quad (24)$$

可以看出, 相比 FRFT 的时频旋转特性, LCT 还能够对信号时频平面执行拉伸、平移. 令参数矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1/\alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$, α 为 TS 中的尺度因子, 带入式(22)可得:

$$L_x^A(t) = \sqrt{\alpha} x(\alpha t) = TS_{\alpha}[x(t)] \quad (25)$$

可以看出, 时间尺度 (TS) 实际为 LCT 的一个特例, $A = \begin{bmatrix} 1/\alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \triangleq S(\alpha)$ 为尺度算子^[20]. $S(\alpha)$ 可进一步分解为

$$S(\alpha) = Q\left(\frac{\alpha^2 - \alpha}{\beta}\right) P\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) Q\left(\frac{1 - \alpha}{\beta}\right) P(-\beta) \quad (26)$$

式(26)中, β 为常量, $Q(\cdot)$ 为 chirp 卷积算子, $P(\cdot)$ 为 chirp 乘积算子, 即

$$Q(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$P(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

根据式(26)可得 $x(t)$ 的时间尺度 $y(t)$ 为

$$y(t) = TS_{\alpha}^{LCT}[x(t)] = \left\{ \left[\left[x(t) \otimes e^{i\pi \frac{\beta}{\alpha^2 - \alpha} t^2} \right] e^{i\pi \frac{\beta}{\alpha} t^2} \right] \otimes e^{i\pi \frac{\beta}{1 - \alpha} t^2} \right\} e^{-i\pi \beta t^2} \quad (29)$$

式(29)中, $TS_{\alpha}^{LCT}[\cdot]$ 为基于 LCT 的 TS 表示符号, 式(29)即为该实现方法的基本原理, 可以看出, 为得到 $x(t)$ 的时间尺度 $y(t)$ 需要进行 2 次 chirp 卷积和 2 次 chirp 乘积, 本文将该方法命名为 TS-LCT.

4.4 计算复杂度分析

本节对 TS-SFT、TS-MSFT、TS-ST 和 TS-LCT 4 种 TS 实现方法计算复杂度进行分析. 设原始信号为等间隔采样离散数据, 长度为 N , 进行 1 次 chirp 乘积需要 N 次复数乘法, 而 chirp 卷积需要进行 2 次 FFT、1 次 IFFT 和 1 次复数点乘, 复乘次数为 $N + 1.5N \log_2 N$. 首先, 分析 TS-SFT 计算复杂度. TS-SFT 方法包含 CZT 和 IFFT 2 步, 具体进行 2 次 chirp 乘积、1 次 chirp 卷积和 1 次 IFFT, 总共需要的复乘次数为 $3N + 2N \log_2 N$, 计算复杂度为 $O[N \log_2 N]$; 其次, 分析 TS-MSFT 计算复杂度. TS-MSFT 方法区分 $\alpha \geq 1$ 、 $\alpha < 1$ 两种情况, 当 $\alpha \geq 1$ 时, 计算量与 TS-SFT 相同, 当 $\alpha < 1$ 时, 由于 CZT 采样点数 K 取 $\text{fix}(\alpha N)$, 总共需要的复乘次数为 $3K + 1.5K \log_2 K + 0.5N \log_2 N$, 低于 TS-SFT 方法, 且 α 越小, 计算量也越小; 然后, 分析 TS-ST 计算复杂度. TS-ST 方法包含“ST+相位修正+IST”3 步, 其关键在于 ST、IST 的快速计算方法, 指数采样型 FST^[18] 是一种高效 ST 快速计算方法, 计算复杂度为 $O[(N \ln N) \log_2(N \ln N)]$, 具体需要进行 $N \ln N + 0.5(N \ln N) \log_2(N \ln N)$ 次乘法运算, IFST 计算过程与 FST 相反, 结合 TS-ST 相位修正环节, 可知 TS-ST 方法总共需要进行 $3N \ln N + (N \ln N) \log_2(N \ln N)$ 次复乘运算, 计算复杂度为 $O[(N \ln N) \log_2(N \ln N)]$; 最后, 分析 TS-LCT 计算复杂度. TS-LCT 方法需要进行 2

次 chirp 乘积、2 次 chirp 卷积, 复乘次数为 $4N+3N\log_2 N$, 计算复杂度为 $O[N\log_2 N]$. 设 $\alpha=0.5$, 图 2 给出了 4 种 TS 实现方法复乘次数随信号采样点数变化曲线. TS-MSFT 计算量最小, TS-ST 计算量最大. 由于 LVD 步骤 1、步骤 3 相同, 不同 TS 实现方法下的 LVD 计算量与图中曲线趋势一致.

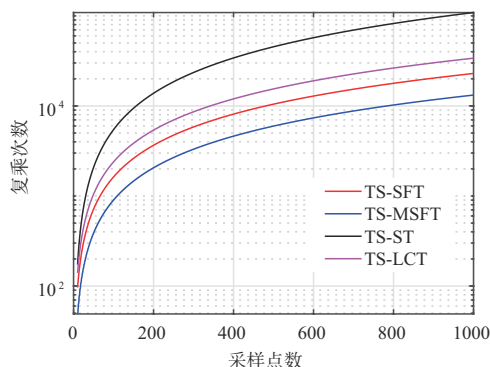


图 2 复乘次数随信号采样点数变化曲线

5 试验与结果分析

5.1 参数设置

设采样频率为 20 MHz, 多分量 LFM 信号包含 3 个分量, 脉宽均为 $50 \mu s$, 分量 1 中心频率 -1 MHz , 调频斜率 60 GHz/s , 分量 2 中心频率 0 MHz , 调频斜率 80 GHz/s , 分量 3 中心频率 1 MHz , 调频斜率 100 GHz/s .

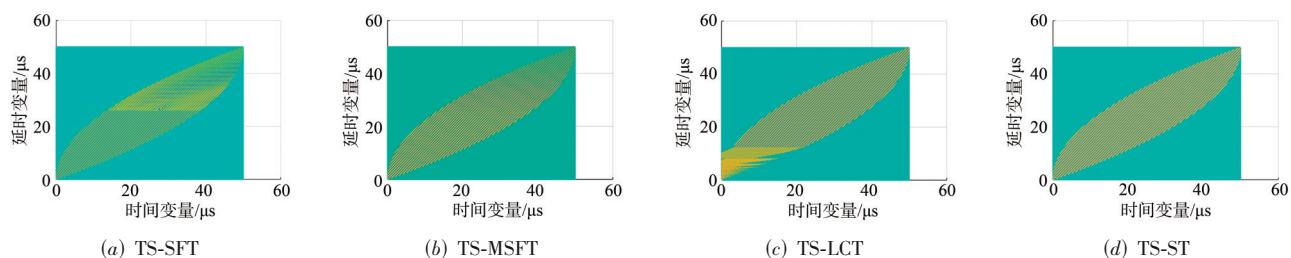


图 4 去耦后的对称参数瞬时自相关函数

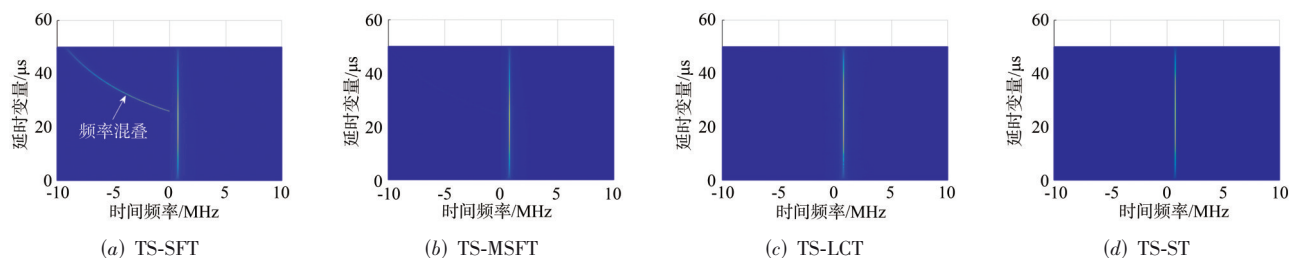


图 5 一维傅里叶变换结果

5.2 可行性仿真分析

第 4 节分析了现有 TS-SFT 去耦合方法, 针对其存在的频率混叠问题进行了修正, 得到 TS-MSFT, 同时进一步提出 TS-ST、TS-LCT 方法. 本节将上述 4 种方法应用于 LVD, 验证分析结论及所提方法可行性.

首先, 取第 1 个 LFM 分量, 设 a 为 0, 根据式(9)计算信号 PSIAF, 其实部如图 3 所示, 由于时间变量与延迟变量耦合, LFM 分量 PSIAF 非二维单频信号.

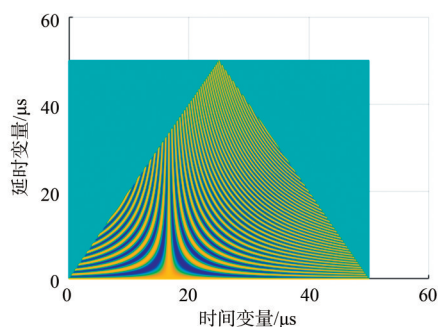


图 3 对称参数瞬时自相关函数

其次, r 取 2, 分别利用 4 种 TS 实现方法对 PSIAF 沿进行 TS, 结果如图 4 所示, TS 后的 PSIAF 均呈二维单频信号, 且时宽发生了变化, 与 TS 概念一致, 同时可以看出 4 种 TS 方法处理结果不完全相同, 对应不同的执行精度.

然后, 沿时间变量计算 TS 后 PSIAF 傅里叶变换, 结果如图 5 所示, TS-SFT 方法存在明显的频率混叠, 另外 3 种方法未出现频率混叠.

最后,沿延时变量计算图 5 傅里叶变换,得到第 1 个 LFM 分量 LVD 如图 6 所示. 峰值搜索可得中心频率和调频斜率;TS-SFT 方法虽然产生了多余的频率分量,但经 FFT 处理已分散至 CFCR 平面;受 TS-LCT 执行精度影响,信号 LVD 出现了伪峰,但峰值较小.

考虑到现实中的 LFM 信号各分量功率可能存在较大差异,设 3 个 LFM 分量幅度分别为 0.6 V、1 V 和 1.4 V,根据上述步骤计算信号 LVD,结果如图 7 所示,峰值搜索同样可得各分量中心频率和调频斜率;由于内部参数较为接近,大功率 LFM 信号对小信号存在一定的遮盖.

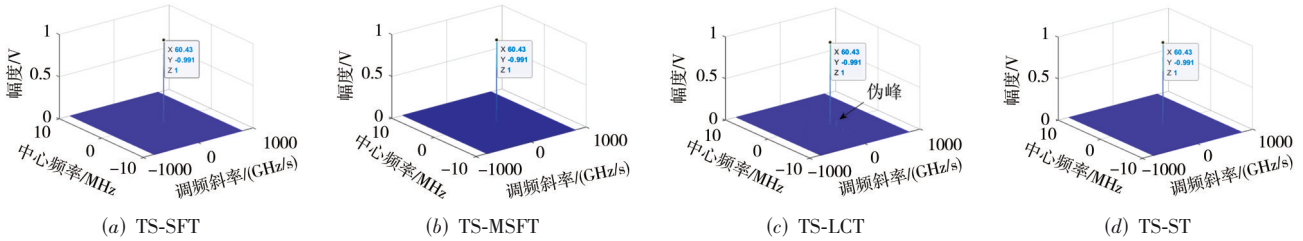


图 6 第 1 个 LFM 分量吕分布

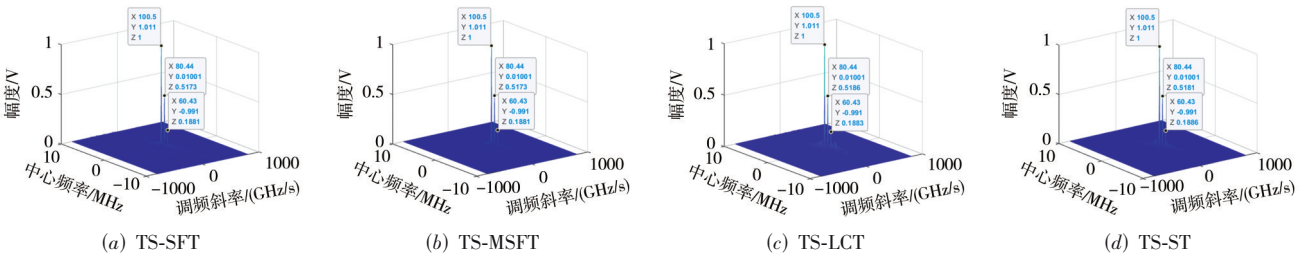


图 7 多分量 LFM 信号吕分布

5.3 方法效能分析

5.3.1 TS 执行精度

本节以皮尔逊相关系数(Pearson Correlation Coefficient, PCC)为指标,分析 4 种 TS 实现方法执行精度. 设 TS 前信号为单频信号(PSIAF 自项时间维为单频信号),脉宽 50 μ s,频率分别为 1 MHz、-1 MHz,采样频率 20 MHz,尺度因子取值 0.5~2.5,间隔 0.02,TS 后信号与真实信号 PCC 随尺度因子变化曲线如图 8 所示. 对于

频率为 1 MHz 的单频信号,当尺度因子大于 1 时,TS-SFT、TS-MSFT 和 TS-ST 方法 TS 后信号与真实信号高度相似,PCC 接近于 1,TS-LCT 方法执行精度略低于上述 3 种方法,当尺度因子小于 1 时,TS-ST、TS-LCT 方法 PCC 接近 1,优于 TS-SFT 和 TS-MSFT 方法,且 TS-MSFT 较 TS-SFT 执行精度更高;对于频率为 -1 MHz 的单频信号,TS-SFT 和 TS-MSFT 方法出现了频点泄露,PCC 接近于 0,即无法执行 TS,而 TS-LCT、TS-ST 方法 TS 后信号与真实信号仍高度相似,不同尺度因子下 PCC 均大于

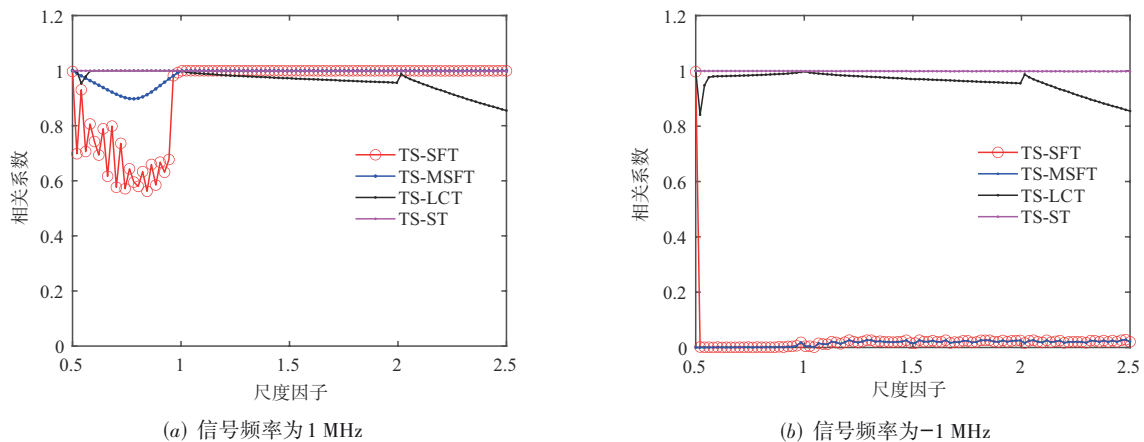


图 8 皮尔逊相关系数随尺度因子变化曲线

0.8,且TS-ST方法执行精度更高.

结合4.4节可知,4种TS实现方法各有优缺点,TS-SFT计算复杂度较低,但存在频率混叠和频点丢失问题,TS-MSFT在降低计算量同时,解决了频点混叠问题,但仍存在频点丢失问题,TS-LCT不存在上述2个问题且计算量适中,但执行精度不高,TS-ST方法具备最高的执行精度,但计算量也最大.

5.3.2 LVD抗噪效能

以信号检测率(Signal Detected Ratio, SDR)、Rényi熵^[20]为指标,评估LVD检测效能和能量聚集程度(熵值

越小,聚焦性越好).信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)取值-10~5 dB,间隔0.5 dB,将4种TS实现方法应用于LVD,然后利用LVD对第1个LFM分量进行检测,运行蒙特卡洛仿真500次,图9给出了信号检测率与Rényi熵随SNR变化曲线.不同TS实现方法LVD检测性能较匹配滤波要差,SDR为100%的临界SNR较匹配滤波高2~3 dB;基于TS-ST的LVD检测效能最优,基于TS-SFT、TS-MSFT的LVD次之,而基于TS-LCT的LVD检测效能最差;不同TS实现方法LVD的Rényi熵随SNR增大而减小,且能量聚焦程度与图8中TS执行精度一致.

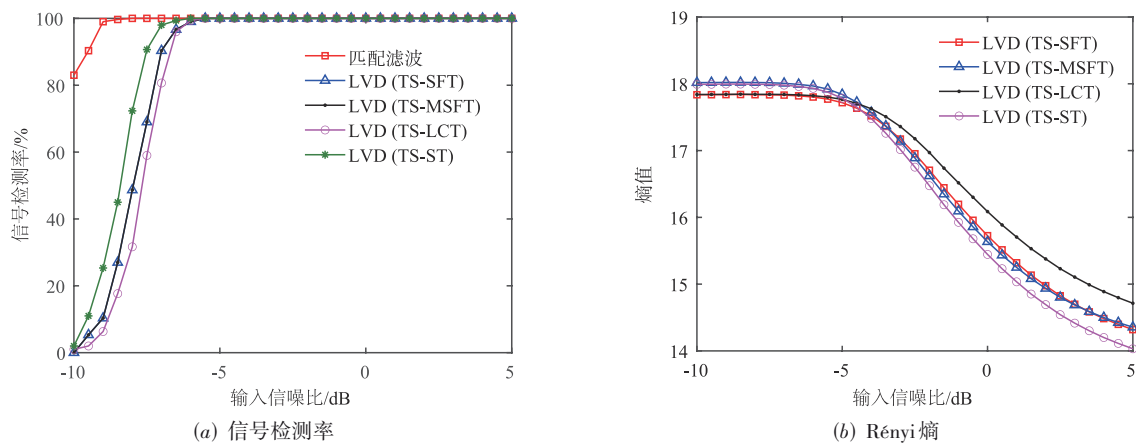


图9 信号检测率与Rényi熵随信噪比变化曲线

进一步以参数估计平均相对误差(Mean Relative Error, MRE)为指标,对LVD参数估计精度进行评估. SNR取值-10~5 dB,间隔0.5 dB,参数估计平均相对误差随信噪比变化曲线如图10所示.可以看出,4种LVD对各LFM分量中心频率和调频斜率均具备较高的估计

精度,当SNR大于-5 dB时,中心频率估计MRE小于3%,调频斜率估计MRE小于1%.总体上看,基于TS-SFT、TS-MSFT的LVD对调频斜率具备更高的估计精度,基于TS-LCT、TS-ST的LVD对中心频率估计精度更高.

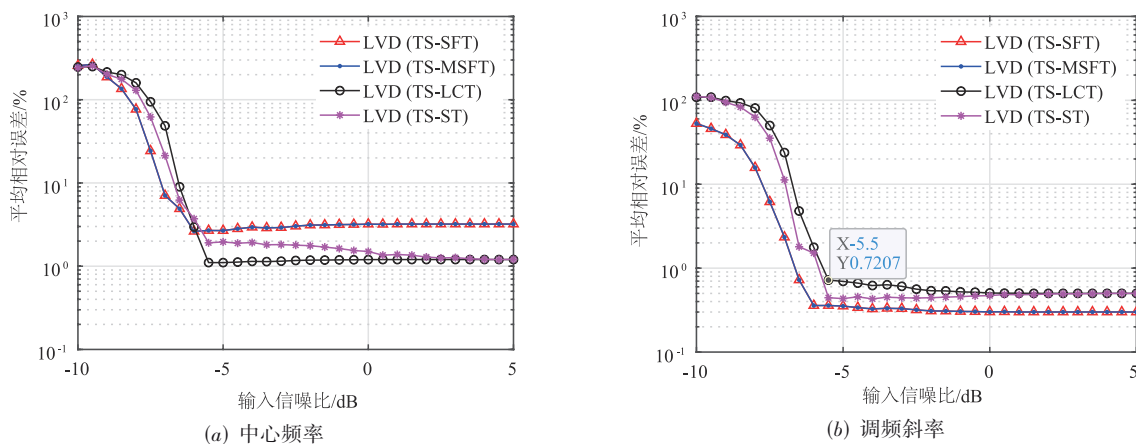


图10 参数估计平均相对误差随信噪比变化曲线

5.3.3 实测数据验证

LVD针对的信号模型为LFM信号,对于NLFM信号,由于模型失配,能量峰会变得平坦^[21]. 本节利用时长为2.8 ms、采样频率为143 kHz的蝙蝠超声波,对4种LVD检测NLFM信号进行验证. 蝙蝠超声波时频分布如图11所示(利用同步压缩傅里叶变换得到),图中可见2个强分量(分量1、分量2)、1个弱分量(分量3),初始频率分别约为40 kHz、60 kHz、60 kHz. 计算蝙蝠超声波LVD结果如图12所示,利用LVD可以检测NLFM信号,但能量聚焦性会变差. 由于TS-SFT、TS-MSFT存在频率丢失问题,基于TS-SFT、TS-MSFT的LVD只能检测到分量1,TS-LCT、TS-ST不存在该问题,其LVD能够同时检测到分量1和分量2,分量3能量最弱,4种LVD均无法检测.

计算4种LVD的Rényi熵,得到15.5421(TS-SFT)、15.3570(TS-MSFT)、15.6227(TS-LCT)、14.9860(TS-ST),可以看出,基于TS-ST的LVD熵值最小,反应出最高的能量聚焦性,基于TS-LCT的LVD熵值最大,能量聚集性也最差,与图9(b)仿真结果一致.

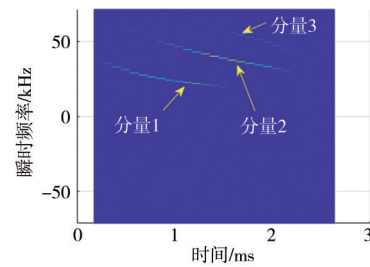


图11 蝙蝠超声波时频分布

综合5.3.1~5.3.3节可知,TS-SFT、TS-MSFT虽然存在频点丢失问题,但不完全影响在LVD中的应用,基于TS-SFT、TS-MSFT的LVD对LFM信号检测效果较好,对NLFM信号检测效果较差;TS-LCT不存在频率混叠和频点丢失问题,其LVD对LFM、NLFM均具有较好的检测效果,但受TS执行精度影响,能量聚焦性较差;TS-ST同样不存在频率混叠和频点丢失问题且执行精度最高,基于TS-ST的LVD对LFM、NLFM检测效能最优,能量聚焦性也最高.

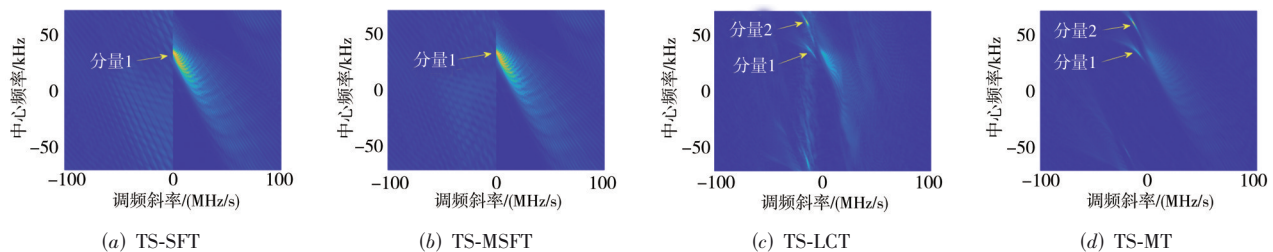


图12 蝙蝠超声波的吕分布

6 结论

本文针对LVD去耦合问题,对已有TS-SFT方法进行了修正得到TS-MSFT,同时基于尺度变换和线性正则变换,进一步提出TS-LCT和TS-ST. 试验结果表明,基于TS-MSFT的LVD计算量最小,基于TS-ST的LVD性能最优,基于TS-LCT的LVD性能与计算量适中,因此涉及场景应用可综合计算复杂度、抗噪性能、待检测信号形式折中选取. 另外,Keystone变换、尺度互相关函数、宽带互模糊函数、连续小波变换数值计算中同样面临TS问题,所提方法均可适用.

参考文献

[1] BAI B W, DING Y, SHEN F F, et al. Effects of plasma sheath on parameter estimations of linear frequency modulation pulse signal[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2019, 47(11): 4934-4943.
[2] MURRAY J J. On the Doppler bias of hyperbolic frequen-

cy modulation matched filter time of arrival estimates[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2019, 44(2): 446-450.

- [3] LV X L, XING M D, ZHANG S H, et al. Keystone transformation of the Wigner-Ville distribution for analysis of multicomponent LFM signals[J]. Signal Processing, 2009, 89(5): 791-806.
[4] LV X L, BI G A, WAN C R, et al. Lv's distribution: principle, implementation, properties, and performance[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(8): 3576-3591.
[5] LI X L, CUI G L, YI W, et al. Manoeuvring target detection based on keystone transform and Lv's distribution[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2016, 10(7): 1234-1242.
[6] 万俊,周宇,张林让,等. 严重方位模糊下的合成孔径雷达微弱运动目标聚焦与参数估计方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(6): 85-91.
WAN Jun, ZHOU Yu, ZHANG Lin-rang, et al. A method

- for weak moving target focusing and parameter estimation of synthetic aperture radars in severe azimuth ambiguity[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(6): 85-91. (in Chinese)
- [7] LUO S, LI X M, LI S H, et al. Adaptive interference suppression based on L_v 's distribution for DSSS communications[J]. Journal of Circuits, Systems and Computers, 2015, 24(1): 1550012.
- [8] 金艳,段鹏婷,姬红兵. 复杂噪声环境下基于LVD的LFM信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1106-1111.
JIN Yan, DUAN Peng-ting, JI Hong-bing. Parameter estimation of LFM signals based on LVD in complicated noise environments[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(5): 1106-1111. (in Chinese)
- [9] JIN K, LAI T, WANG Y B, et al. Parameter estimation of quadratic frequency modulated signal based on three-dimensional scaled Fourier transform[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2019, 13(10): 1689-1696.
- [10] WANG Y, WANG K, JING F L, et al. LFM signal analysis based on improved L_v 's distribution[J]. IEEE Access, 2019, 7: 169038-169046.
- [11] LUO S, BI G A, XIAO Y, et al. A keystone-based cosine transform[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2017, 36: 3438-3447.
- [12] JIN K, LAI T, WANG Y B, et al. Radar coherent detection for Doppler-ambiguous maneuvering target based on product scaled periodic L_v 's distribution[J]. Signal Processing, 2020, 174(15): 107617.
- [13] CHEN X L, ZHANG H, GUAN J. Sparse L_v 's distribution and its application for radar low-observable maneuvering target detection[C]//2019 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium. Nanjing: ACES, 2019: 1-2.
- [14] LUO S, XU Q, WU T, et al. An introduction to L_v 's distribution: definition and performance for time-frequency analysis[C]//Proceedings of 2017 3rd IEEE International Conference on Computer and Communications. New York, USA: IEEE, 2017: 2864-2867.
- [15] PERRY R P, DIPIETRO R C, FANTE R L. SAR imaging of moving targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 188-200.
- [16] COHEN L. The scale representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 41(12): 3275-3292.
- [17] CULHA O, TANIK Y. Low complexity Keystone transform and Radon Fourier transform utilizing Chirp-Z transform[J]. IEEE Access, 2020, 8: 105535-105541.
- [18] SENA D A, ROCCHESO D. A fast Mellin and Scale transform[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2007: 089170.
- [19] Pei S C, Huang S G. Fast discrete linear canonical transform based on CM-CC-CM Decomposition and FFT[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(4): 855-866.
- [20] MOGHADASIAN S S, GAZOR S. Sparsely localized time-frequency energy distribution for multi-component LFM signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 6-10.
- [21] 荆福龙,张春杰,司伟建,等. 一种有效的CFRC域LFM信号分析方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2019, 46(3): 102-107.
JING Fu-long, ZHANG Chun-jie, SI Wei-jian, et al. Effective method for analysis of LFM signals in the CFRC domain[J]. Journal of Xidian University, 2019, 46(3): 102-107. (in Chinese)

作者简介



张亮 男, 1987年出生于山东德州. 现为海军航空大学信息融合研究所博士研究生. 研究方向为雷达抗干扰.

E-mail: 332401479@qq.com



于洪波 男, 1983年出生于山东宁阳. 现为海军航空大学信息融合研究所讲师. 研究方向为雷达数据处理和情报分析.

E-mail: 281861081@qq.com